

Title	高橋氏ノ定理ニ就イテ
Author(s)	龍澤, 周雄
Citation	全国紙上数学談話会. 66 p.19-p.21
Issue Date	1935-11-15
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74191
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

269. 高橋氏ノ定理ニ就イテ

龍澤周雄(東大學生)

高橋氏ハ本誌第60号ニ於テ

$$f(x) = (p_0 + i q_0)x^n + (p_1 + i q_1)x^{n-1} + \dots + (p_n + i q_n) \\ = 0 \quad \dots \dots (1)$$

$$p_0 \geq p_1 \geq \dots \geq p_n \geq 0 \quad \dots \dots (2)$$

$$q_0 \geq q_1 \geq \dots \geq q_n \geq 0$$

ノ根ノ絶對値ハ $\sqrt{2}$ ヲ超ヘナイコトヲ示サレ、掛谷先生、角谷氏ニヨリ (1) ハ單位円ノ外ニモ根が存在シ得ルコトが余リマシタ。

此ノ時單位円ノ外ニアルスベテノ根ノ絶對値ノ積モ尚ホ $\sqrt{2}$ ヲ超エヌコトが言ハレ之ハ又高橋氏ノ定理ノ別証ニモナリマス。

$$(1) = \text{テ } a_0 = p_0 + i q_0, a_1 = p_1 + i q_1, \dots, a_n \\ = p_n + i q_n$$

トオキ根ヲ z_1, z_2, \dots, z_n トシマス。

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log(1 - 2r \cos \theta + r^2) d\theta = \begin{cases} 2 \log r & r \geq 1 \\ 0 & 0 \leq r \leq 1 \end{cases}$$

ヲ利用スレバ

$$\text{Max}(1, |z_i|) = e^{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log \sqrt{1 - 2|z_i| \cos \theta + |z_i|^2} d\theta} \\ = e^{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log |e^{i\theta} - z_i| d\theta}$$

$$\pi' |z_i| \leq e^{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log \left| \frac{f(e^{i\theta})}{a_0} \right| d\theta}$$

Jensen 不等式 = ヲリ

$$\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left| \frac{f(e^{i\theta})}{a_0} \right| d\theta \leq \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left| \frac{f(e^{i\theta})}{a_0} \right|^2 d\theta}$$

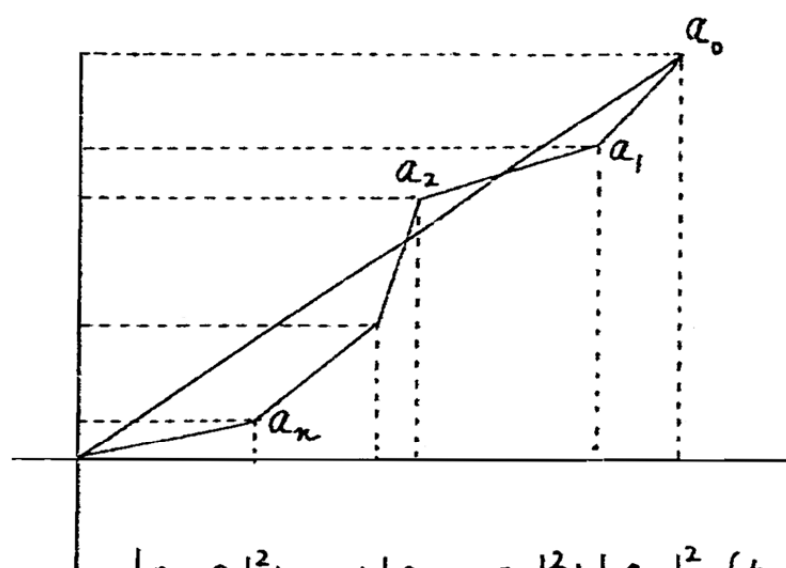
$$\text{故} = \pi' |z_i| \leq \frac{\sqrt{|a_0|^2 + |a_1|^2 + \dots + |a_n|^2}}{|a_0|} \quad || \dots$$

(π' ハ $|z_i| \geq 1$ ノミヲ採用スル)

若シ (1) = $(x-1)$ ヲ乗ジタ方程式ニ関シテ上記考察ヲ行

ハバ

$$\pi' |z_i| \leq \frac{\sqrt{|a_0|^2 + |a_0 - a_1|^2 + \dots + |a_{n-1} - a_n|^2 + |a_n|^2}}{|a_0|} \dots (3)$$



(2) ノ関係アル故

a_0, a_1, \dots, a_n ヲ

複素数平面上ニ

圖示スルバ左圖

ノ如クナリ。從

ツテ

$$\begin{aligned} |a_0 - a_1|^2 + \dots + |a_{n-1} - a_n|^2 + |a_n|^2 &= (p_0 - p_1)^2 + \dots + (p_{n-1} - p_n)^2 + p_n^2 \\ &\quad + (q_0 - q_1)^2 + \dots + (q_{n-1} - q_n)^2 + q_n^2 \\ &\leq p_0^2 + q_0^2 = |a_0|^2 \end{aligned}$$

(3) ヲリ

$$\pi' |z_i| \leq \sqrt{2} \quad \text{ガ出マス。}$$

之ヲ使ハバ (1) ノ根ノ下界トシテ

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{p_n + i g_n}{p_0 + i g_0} \right| > \frac{p_n + g_n}{2(p_0 + g_0)}$$

ヲ取レルコトガ分リマス。